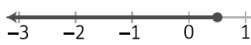
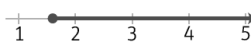
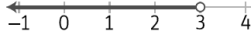
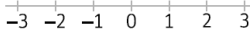


## Soluciones de los ejercicios del Tema 4: INECUACIONES

28. Comprueba en cada caso si los valores dados pertenecen a la solución de las inecuaciones.

- a)  $x = -1$  si  $x^3 + x^2 + x - 6 \leq 0$       b)  $x = 3$  si  $3x^2 - 2x + 1 \leq (x + 1)^2$       c)  $x = 0$  si  $\frac{3x-6}{2} < \frac{9x+1}{6}$
- a)  $x = -1$  sí que pertenece a la solución de  $x^3 + x^2 + x - 6 \leq 0$ , porque  $(-1)^3 + (-1)^2 + (-1) - 6 = -7 \leq 0$ .  
 b)  $x = 3$  no pertenece a la solución de  $3x^2 - 2x + 1 \leq (x + 1)^2$ , porque  $3 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 22 > (3 + 1)^2 = 16$ .  
 c)  $x = 0$  sí que pertenece a la solución de  $\frac{3x-6}{2} < \frac{9x+1}{6}$ , porque  $\frac{3 \cdot 0 - 6}{2} = -3 < \frac{9 \cdot 0 + 1}{6} = \frac{1}{6}$ .

33. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa sus soluciones en una recta.

- a)  $7x - 2(1 - 3x) \leq 2x + 3$       c)  $5 > \frac{3x+1}{2}$
- b)  $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} \geq \frac{5}{6} - x$       d)  $4x - 1 \geq \frac{8x-5}{2}$
- a)  $7x - 2(1 - 3x) \leq 2x + 3 \Rightarrow 7x - 2 + 6x \leq 2x + 3 \Rightarrow x \leq \frac{5}{11} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{5}{11}\right]$  
- b)  $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} \geq \frac{5}{6} - x \Rightarrow 2x - 3x - 3 \geq 5 - 6x \Rightarrow 5x \geq 8 \Rightarrow x \geq \frac{8}{5} \Rightarrow x \in \left[\frac{8}{5}, +\infty\right)$  
- c)  $5 > \frac{3x+1}{2} \Rightarrow 10 > 3x+1 \Rightarrow x < 3 \Rightarrow x \in (-\infty, 3)$  
- d)  $4x - 1 \geq \frac{8x-5}{2} \Rightarrow 8x - 2 \geq 8x - 5 \Rightarrow 0 \geq -3 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$  

35. Resuelve estas inecuaciones.

- a)  $(5x - 2)^2 \leq 0$
- b)  $(2x + 4)^3 > 0$
- a)  $(5x - 2)^2 \leq 0 \Rightarrow 5x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$
- b)  $(2x + 4)^3 > 0 \Rightarrow 2x + 4 > 0 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow \text{Solución } (-2, +\infty)$

36. Resuelve las inecuaciones siguientes.

- a)  $x^2 - 2x - 4 \leq 0$       c)  $-7(4x + 1)(-x + 2) < 0$
- b)  $-10x^2 + 17x - 3 \leq 0$       d)  $(2x^2 + 9x - 5)(x + 1) > 0$
- a)  $x^2 - 2x - 4 \leq 0 \Rightarrow (x - 1 + \sqrt{5})(x - 1 - \sqrt{5}) \leq 0$

	$-\infty$	$1 - \sqrt{5}$	$1 + \sqrt{5}$	$+\infty$
		$x = -2$	$x = 0$	$x = 4$
$x - 1 - \sqrt{5}$		-	-	+
$x - 1 + \sqrt{5}$		-	+	+
$x^2 - 2x - 4$		+	-	+

Solución:  $x \in [1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}]$

- b)  $-10x^2 + 17x - 3 \leq 0 \Rightarrow -(2x - 3)(5x - 1) \leq 0 \Rightarrow (2x - 3)(5x - 1) \geq 0$

	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
	$x=0$	$x=1$	$x=2$	
$2x-3$	-	-	+	
$5x-1$	-	+	+	
$(2x-3)(5x-1)$	+	-	+	

Solución:  $x \in \left(-\infty, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

c)  $-7(4x+1)(-x+2) < 0 \Rightarrow (4x+1)(-x+2) > 0$

	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$2$	$+\infty$
	$x=-1$	$x=0$	$x=3$	
$4x+1$	-	+	+	
$-x+2$	+	+	-	
$(4x+1)(-x+2)$	-	+	-	

Solución:  $x \in \left(\frac{-1}{4}, 2\right)$

d)  $(2x^2+9x-5)(x+1) > 0 \Rightarrow (x+5)(2x-1)(x+1) > 0$

	$-\infty$	$-5$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
	$x=-6$	$x=-4$	$x=0$	$x=1$	
$2x-1$	-	-	-	+	
$x+1$	-	-	+	+	
$x+5$	-	+	+	+	
$(x+5)(2x-1)(x+1)$	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-5, -1) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

37. Halla la solución de las siguientes inecuaciones racionales.

a)  $\frac{x+5}{x+2} \leq 0$     b)  $\frac{3-x}{x+2} < 0$     c)  $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$     d)  $\frac{x^2-1}{x} \leq 0$     e)  $\frac{x+3}{x^2} > 0$     f)  $\frac{(x-2)(x+5)}{4x-6} \geq 0$

a)  $\frac{x+5}{x+2} \leq 0$

	$-\infty$	$-5$	$-2$	$+\infty$
	$x=-6$	$x=-3$	$x=0$	
$x+2$	-	-	+	
$x+5$	-	+	+	
$\frac{x+5}{x+2}$	+	-	+	

Solución:  $x \in [-5, -2)$

b)  $\frac{3-x}{x+2} < 0$

	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$
	$x=-3$	$x=0$	$x=4$	
$x+2$	-	+	+	
$3-x$	+	+	-	
$\frac{3-x}{x+2}$	-	+	-	

Solución:  $x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

c)  $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$

	$-\infty$	$-4$	$3$	$+\infty$
	$x = -5$	$x = 0$	$x = 4$	
$x-3$	-	-	+	
$x+4$	-	+	+	
$\frac{x+5}{x+2}$	+	-	+	

Solución:  $x \in [-4, 3)$

d)  $\frac{x^2-1}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x} \leq 0$

	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
	$x = -2$	$x = -0,5$	$x = 0,5$	$x = 2$	
$x-1$	-	-	-	+	
$x$	-	-	+	+	
$x+1$	-	+	+	+	
$\frac{x^2-1}{x}$	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-\infty, -1] \cup (0, 1]$

e)  $\frac{x+3}{x^2} > 0 \Rightarrow x+3 > 0$  y  $x \neq 0 \Rightarrow x > -3$  y  $x \neq 0 \Rightarrow$  Solución:  $x \in (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

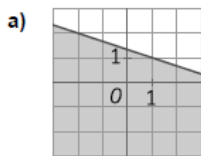
f)  $\frac{(x-2)(x+5)}{4x-6} \geq 0$

	$-\infty$	$-5$	$3/2$	$2$	$+\infty$
	$x = -6$	$x = 0$	$x = 1,75$	$x = 3$	
$x-2$	-	-	-	+	
$4x-6$	-	-	+	+	
$x+5$	-	+	+	+	
$\frac{(x-2)(x+5)}{4x-6}$	-	+	-	+	

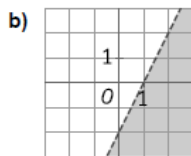
Solución:  $x \in \left[-5, \frac{3}{2}\right) \cup [2, +\infty)$

38. Resuelve las siguientes inecuaciones con dos incógnitas.

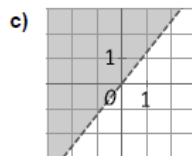
a)  $x + 3y \leq 4$



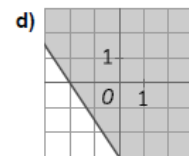
b)  $x - \frac{y}{2} > 1$



c)  $5x - 4y < 0$



d)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} \geq -1$



42. Escribe como una única fracción algebraica y resuelve las inecuaciones.

a)  $\frac{x}{x-2} \geq \frac{1}{5}$

c)  $\frac{1+x}{2x+7} - \frac{1}{x-1} \geq 0$

e)  $\frac{x+1}{x} < \frac{x-2}{x+3}$

g)  $\frac{x^2+2x+3}{x^2-x+1} < \frac{2}{3}$

b)  $\frac{x}{x+2} \geq \frac{1}{x}$

d)  $\frac{x-2}{x} < \frac{x+4}{x+1}$

f)  $\frac{2x-1}{x+1} - 1 > \frac{x-2}{3-x}$

h)  $\frac{-x^2-4}{x^2-x-6} \leq \frac{5}{6}$

a)  $\frac{x}{x-2} \geq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{x-2} - \frac{1}{5} \geq 0 \Rightarrow \frac{5x-x+2}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{4x+2}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{2(2x+1)}{5(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-2} \geq 0$

	$-\infty$	$-1/2$	$2$	$+\infty$
	←	●	○	→
	$x = -1$	$x = 0$	$x = 3$	
$x-2$	-	-	+	
$2x+1$	-	+	+	
$\frac{2x+1}{x-2}$	+	-	+	

Solución:  $x \in \left(-\infty, \frac{-1}{2}\right] \cup (2, +\infty)$

b)  $\frac{x}{x+2} \geq \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 2}{x(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+1)}{x(x+2)} \geq 0$

	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
	←	○	●	○	●	→
	$x = -4$	$x = -1,5$	$x = -0,5$	$x = 1$	$x = 3$	
$x-2$	-	-	-	-	+	
$x$	-	-	-	+	+	
$x+1$	-	-	+	+	+	
$x+2$	-	+	+	+	+	
$\frac{(x-2)(x+1)}{x(x+2)}$	+	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-\infty, -2) \cup [-1, 0) \cup [2, +\infty)$

c)  $\frac{1+x}{2x+7} - \frac{1}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(1+x)(x-1) - (2x+7)}{(2x+7)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1 - 2x - 7}{(2x+7)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{(2x+7)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x+2)}{(2x+7)(x-1)} \geq 0$

	$-\infty$	$-7/2$	$-2$	$1$	$4$	$+\infty$
	←	○	●	○	●	→
	$x = -4$	$x = -3$	$x = -0,5$	$x = 2$	$x = 5$	
$x-4$	-	-	-	-	+	
$x-1$	-	-	-	+	+	
$x+2$	-	-	+	+	+	
$2x+7$	-	+	+	+	+	
$\frac{(x-4)(x+2)}{(2x+7)(x-1)}$	+	-	+	-	+	

Solución:  $\left(-\infty, \frac{-7}{2}\right) \cup [-2, 1) \cup [4, +\infty)$

d)  $\frac{x-2}{x} < \frac{x+4}{x+1} \Rightarrow \frac{x-2}{x} - \frac{x+4}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+1) - x(x+4)}{x(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{-5x-2}{x(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{x(x+1)} > 0$

	$-\infty$	$-1$	$-2/5$	$0$	$+\infty$
	←	○	○	○	→
	$x = -2$	$x = -0,5$	$x = -0,2$	$x = 1$	
$x$	-	-	-	+	
$5x+2$	-	-	+	+	
$x+1$	-	+	+	+	
$\frac{5x+2}{x(x+1)}$	-	+	-	+	

Solución:  $x \in \left(-1, \frac{-2}{5}\right) \cup (0, +\infty)$

e)  $\frac{x+1}{x} < \frac{x-2}{x+3} \Rightarrow \frac{x+1}{x} - \frac{x-2}{x+3} < 0 \Rightarrow \frac{(x+1)(x+3) - x(x-2)}{x(x+3)} < 0 \Rightarrow \frac{6x+3}{x(x+3)} < 0 \Rightarrow \frac{3(2x+1)}{x(x+3)} < 0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x(x+3)} < 0$

	$-\infty$	$-3$	$-1/2$	$0$	$+\infty$
	←	○	○	○	→
	$x = -4$	$x = -2$	$x = -0,3$	$x = 1$	
$x$	-	-	-	+	
$2x+1$	-	-	+	+	
$x+3$	-	+	+	+	
$\frac{2x+1}{x(x+1)}$	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-\infty, -3) \cup \left(\frac{-1}{2}, 0\right)$

$$f) \frac{2x-1}{x+1} - 1 > \frac{x-2}{3-x} \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - 1 - \frac{x-2}{3-x} > 0 \Rightarrow \frac{2x^2-6x+4}{(x+1)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{2(x-1)(x-2)}{(x+1)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(x-3)} > 0$$

	$-\infty$	$-1$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$
	$x = -2$	$x = 0$	$x = 1,5$	$x = 2,5$	$x = 4$	
$x-3$	-	-	-	-	+	
$x-2$	-	-	-	+	+	
$x-1$	-	-	+	+	+	
$x+1$	-	+	+	+	+	
$\frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(x-3)}$	+	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$

$$g) \frac{x^2+2x+3}{x^2-x+1} \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x^2+2x+3}{x^2-x+1} - \frac{2}{3} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2+8x+7}{x^2-x+1} \leq 0 \Rightarrow x^2+8x+7 \leq 0 \Rightarrow (x+7)(x+1) \leq 0$$

	$-\infty$	$-7$	$-1$	$+\infty$
	$x = -8$	$x = -2$	$x = 0$	
$x+1$	-	-	+	
$x+7$	-	+	+	
$x^2+8x+7$	+	-	+	

Solución:  $x \in [-7, -1]$

$$h) \frac{-x^2-4}{x^2-x-6} \leq \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{-x^2-4}{x^2-x-6} - \frac{5}{6} \leq 0 \Rightarrow \frac{-11x^2+5x+6}{6(x^2-x-6)} \leq 0 \Rightarrow \frac{-(x-1)(11x+6)}{6(x-3)(x+2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(11x+6)}{(x-3)(x+2)} \geq 0$$

	$-\infty$	$-2$	$-6/11$	$1$	$3$	$+\infty$
	$x = -3$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 2$	$x = 4$	
$x-3$	-	-	-	-	+	
$x-1$	-	-	-	+	+	
$11x+6$	-	-	+	+	+	
$x+2$	-	+	+	+	+	
$\frac{(x-1)(11x+6)}{(x-3)(x+2)}$	+	-	+	-	+	

Solución:  $x \in (-\infty, -2) \cup \left[-\frac{6}{11}, 1\right] \cup (3, +\infty)$

45. Resuelve las siguientes inecuaciones transformándolas previamente en inecuaciones polinómicas.

a)  $\sqrt{x^2-6x+9} \geq -2$

b)  $2 \cdot 4^{-x} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 \leq 0$

a) Se supone que estamos tomando la raíz positiva, por tanto  $\sqrt{x^2-6x+9} = \sqrt{(x-3)^2} \geq 0$ .

Luego la solución de la inecuación es  $x \in \mathbb{R}$

b) Haciendo el cambio de variable  $2^{-x} = t$  se obtiene la inecuación  $2t^2 - 7t - 4 \leq 0$ .

$$2t^2 - 7t - 4 \leq 0 \Rightarrow (2t+1)(t-4) \leq 0$$

	$-\infty$	$-1/2$	$4$	$+\infty$
	$t = -1$	$t = 0$	$t = 5$	
$t-4$	-	-	+	
$2t+1$	-	+	+	
$(2t+1)(t-4)$	+	-	+	

Solución:  $t \in \left[-\frac{1}{2}, 4\right]$

Por tanto,  $-\frac{1}{2} \leq 2^{-x} \leq 4$ . Pero como  $2^{-x} > 0$ , entonces  $0 < 2^{-x} \leq 4 \Rightarrow 0 < 2^{-x} \leq 2^2 \Rightarrow -x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$ .

La solución es  $x \in [-2, +\infty)$ .

47. Encuentra, si existen, las soluciones de estos sistemas de inecuaciones con una incógnita.

a)  $\begin{cases} 2x-3 > 5x-6 \\ x+2 \leq 2(x+11) \end{cases}$     b)  $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq x+3 \\ 1-x > 4(x-1) \end{cases}$     c)  $\begin{cases} 5(1-3x) > 8+3x \\ 3x-1 \geq 1-(x+2) \end{cases}$     d)  $\begin{cases} x \geq 15-2x \\ 10+2x \geq 6x-10 \end{cases}$

a)  $2x-3 > 5x-6 \Rightarrow 3 > 3x \Rightarrow x < 1 \Rightarrow x \in (-\infty, 1)$  y  $x+2 \leq 2(x+11) \Rightarrow x+2 \leq 2x+22 \Rightarrow -20 \leq x \Rightarrow x \in [-20, +\infty)$

Solución:  $x \in (-\infty, 1) \cap [-20, +\infty) = [-20, 1)$

b)  $\frac{x}{2} \leq x+3 \Rightarrow x \leq 2x+6 \Rightarrow -6 \leq x \Rightarrow x \in [-6, +\infty)$  y  $1-x > 4(x-1) \Rightarrow 1-x > 4x-4 \Rightarrow 1 > x \Rightarrow x \in (-\infty, 1)$

Solución:  $x \in [-6, +\infty) \cap (-\infty, 1) = [-6, 1)$

c)  $5(1-3x) > 8+3x \Rightarrow 5-15x > 8+3x \Rightarrow x < \frac{-1}{6} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{-1}{6}\right)$  y  $3x-1 \geq 1-(x+2) \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow x \in [0, +\infty)$

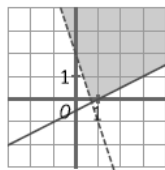
Solución:  $x \in \left(-\infty, \frac{-1}{6}\right) \cap [0, +\infty)$ . Sin solución

d)  $x \geq 15-2x \Rightarrow 3x \geq 15 \Rightarrow x \geq 5 \Rightarrow x \in [5, +\infty)$  y  $10+2x \geq 6x-10 \Rightarrow 20 \geq 4x \Rightarrow 5 \geq x \Rightarrow x \in (-\infty, 5]$

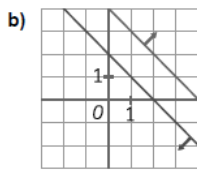
Solución:  $x \in [5, +\infty) \cap (-\infty, 5] \Rightarrow x = 5$

49. Resuelve gráficamente estos sistemas.

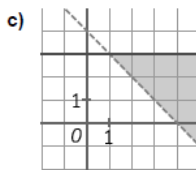
a)  $\begin{cases} x-2y \leq 1 \\ 3x+y > 2 \end{cases}$



b)  $\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y < 2 \end{cases}$



c)  $\begin{cases} y \leq 3 \\ x+y > 4 \end{cases}$



d)  $\begin{cases} x \geq -21 \\ y < 1 \end{cases}$

