SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES DEL LIBRO

21. El lado de un polígono regular de 15 lados, mide 50 cm. Calcula el radio y la apotema.

$$r = \frac{50}{2\,\text{sen}\left(\frac{180°}{15}\right)} = 120{,}24 \text{ cm}$$

$$a = \frac{50}{2\,\text{tg}\left(\frac{180°}{15}\right)} = 117{,}62 \text{ cm}$$

22. Indica el número de lados de un polígono regular cuyo radio vale 24,27 cm y cuyo lado mide 15 cm.

Llamamos n al número de lados del polígono regular.

$$24{,}27 = \frac{15}{2\,\text{sen}\left(\frac{180°}{n}\right)}$$

$$\text{sen}\left(\frac{180°}{n}\right) = 0{,}309 \Rightarrow \frac{180°}{n} = 18° \Rightarrow n = 10$$

El polígono regular tiene 10 lados.

23. Halla el área de los siguientes triángulos.

a) $a = 15$ **cm,** $b = 24$ **cm,** $c = 15$ **cm** **b)** $\widehat{A} = 75°$**,** $b = 15$ **cm,** $c = 18$ **cm**

a) Por el teorema del coseno: $15^2 = 15^2 + 24^2 - 2 \cdot 15 \cdot 24 \cdot \cos \widehat{C} \Rightarrow \cos \widehat{C} = 0{,}8 \Rightarrow \alpha = \text{arccos } 0{,}8 = 36{,}87°$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 24 \cdot \text{sen}\,36{,}87° = 108 \text{ cm}^2$$

b) $S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 18 \cdot \text{sen}\,75° = 130{,}40 \text{ cm}^2$

24. Calcula el perímetro y el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 8 y 4 cm y cuya altura mide 3 cm.

Llamamos x a la medida del lado oblicuo del trapecio rectángulo.

$x^2 = 3^2 + (8-4)^2 = 25 \Rightarrow x = 5$

Entonces, $A = \frac{(8+4) \cdot 3}{2} = 18 \text{ cm}^2$ y $P = 8 + 5 + 3 + 4 = 20$ cm

25. Halla el área de un tetraedro de lado 5 cm.

El área de un tetraedro es la suma de cuatro triángulos equiláteros de lado 5 cm: $S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \text{sen}\,60° = 43{,}30 \text{ cm}^2$

26. Calcula el área de un sector circular de radio 4 cm y cuyo arco mide 8 cm.

$$8 = \frac{\pi \cdot 4 \cdot \alpha}{180°} \Rightarrow \alpha = 114{,}59° \Rightarrow A_{sector} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 114{,}59°}{360°} = 16 \text{ cm}^2$$

27. Halla el área de un eneágono regular de perímetro 63 cm.

El lado del eneágono mide $\frac{63}{9} = 7$ cm. Por tanto, la apotema medirá $a = \frac{7}{2\,\text{tg}\left(\frac{180°}{9}\right)} = 9{,}62$ cm.

El área del eneágono es $S = \frac{63 \cdot 9{,}62}{2} = 303{,}03 \text{ cm}^2$.

28. Calcula la superficie de un prisma de altura 5 cm y cuya base es un triángulo rectángulo isósceles de catetos 2 cm.

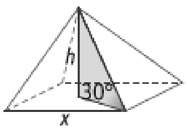
Llamamos x a la hipotenusa del triángulo rectángulo de la base: $x = \sqrt{2^2+2^2} = 2{,}83$ cm

$A_{\text{lateral}} = 2 \cdot 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2{,}83 = 34{,}15 \text{ cm}^2$ y $A_{\text{base}} = \dfrac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$

Por tanto, $A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2 \cdot A_{\text{base}} = 34{,}15 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 2 = 38{,}15 \text{ cm}^2$

29. El volumen de una pirámide es de 1000 m³, su base es un cuadrado y el ángulo de las alturas laterales con la base es de 30º. ¿Cuál es la longitud del lado de la base? ¿Y la altura de la pirámide?

Llamamos x al lado del cuadrado de la base, d a la diagonal de la base y h a la altura de la pirámide.

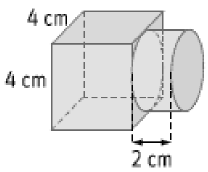


$d = \sqrt{x^2+x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$ cm $\quad \text{tg}\,30º = \dfrac{h}{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{h}{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{6}x}{6}$ cm

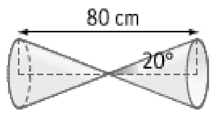
Entonces $V = \dfrac{x^2 \cdot \frac{\sqrt{6}x}{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{6}x^3}{18} \Rightarrow 1000 = \dfrac{\sqrt{6}x^3}{18} \Rightarrow 18\,000 = \sqrt{6}x^3 \Rightarrow x = 19{,}44 \text{ cm} \Rightarrow h = 7{,}93 \text{ cm}$

30. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos.

a)



b)



a) El volumen total es la suma de los volúmenes de un cubo de arista 4 cm y de un cilindro de radio 2 cm y altura 2 cm.

$V = 4^3 + \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 89{,}13 \text{ cm}^3$

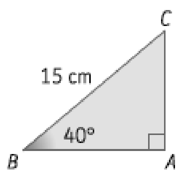
b) Llamamos r al radio de la base de un cono: $\text{tg } 20º = \dfrac{r}{40} \Rightarrow r = 40 \cdot \text{tg } 20º = 14{,}56$ cm

El volumen total es la suma de los volúmenes de dos conos de altura 40 cm y radio de la base 14,56 cm.

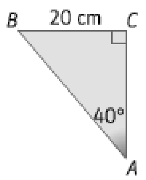
$V = 2 \cdot \dfrac{\pi \cdot 14{,}56^2 \cdot 40}{3} = 17\,759{,}93 \text{ cm}^3$

32. Calcula la medida de los ángulos y lados desconocidos.

a)



b)



a) $\widehat{C} = 180º - 90º - 40º = 50º$

$\text{sen } 40º = \dfrac{b}{15} \Rightarrow b = 15 \cdot \text{sen } 40º = 9{,}64$ cm

$\cos 40º = \dfrac{c}{15} \Rightarrow c = 15 \cdot \cos 40º = 11{,}49$ cm

b) $\widehat{A} = 180º - 90º - 40º = 60º$

$\text{sen } 40º = \dfrac{20}{c} \Rightarrow c = \dfrac{20}{\text{sen } 40º} = 31{,}11$ cm

$\text{tg } 40º = \dfrac{20}{b} \Rightarrow b = \dfrac{20}{\text{tg } 40º} = 23{,}84$ cm

33. Resuelve los triángulos sabiendo que $\widehat{B}$ es un ángulo recto.

a) $\widehat{C} = 65°$, $a = 22$ cm

b) $c = 15$ cm, $b = 18$ cm

c) $a = 20$ cm, $c = 20$ cm

a) $\widehat{A} = 180° - 90° - 65° = 25°$

$\operatorname{tg} 65° = \dfrac{c}{22} \Rightarrow c = 22 \cdot \operatorname{tg} 65° = 47{,}18$ cm y $\cos 65° = \dfrac{22}{b} \Rightarrow b = \dfrac{22}{\cos 65°} = 52{,}06$ cm

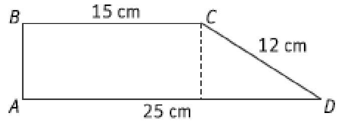
b) $a = \sqrt{18^2 - 15^2} = \sqrt{324 - 225} = 9{,}95$ cm

$\operatorname{sen} \widehat{C} = \dfrac{15}{18} = 0{,}833 \Rightarrow \widehat{B} = 56°\ 26'\ 34''$ y $\widehat{A} = 180° - 90° - \widehat{C} = 33°\ 33'\ 26''$

c) $b = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{400 + 400} = 28{,}28$ cm

$\operatorname{tg} \widehat{A} = \dfrac{20}{20} = 1 \Rightarrow \widehat{A} = \operatorname{arctg} 1 = 45°$ y $\widehat{B} = 180° - 90° - 45° = 45°$

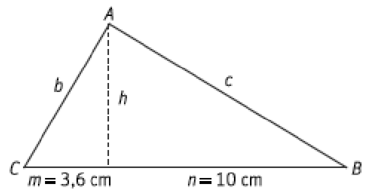
34. Un trapecio rectángulo tiene por bases 15 y 25 cm. El lado que no es perpendicular a las bases mide 12 cm. Calcula los ángulos del trapecio.



$\cos \widehat{D} = \dfrac{25 - 15}{12} = 0{,}833 \Rightarrow \widehat{D} = \arccos 0{,}833 = 33°\ 35'\ 31''$

$\widehat{A} = \widehat{B} = 90°$ $\widehat{C} = 360° - 90° - 90° - 33°\ 35'\ 31'' = 146°\ 24'\ 29''$

36. Las proyecciones de los catetos de un triángulo rectángulo sobre su hipotenusa valen $m = 3{,}6$ cm y $n = 10$ cm, respectivamente. Resuelve el triángulo.



Se calcula el lado $a = 3{,}6 + 10 = 13{,}6$ cm.

Aplicando el teorema de la altura: $h^2 = 3{,}6 \cdot 10 = 36 \Rightarrow h = 6$ cm

Se calculan los ángulos $\widehat{B}$ y $\widehat{C}$:

$\operatorname{tg} \widehat{B} = \dfrac{6}{10} = 0{,}6 \Rightarrow \widehat{B} = \operatorname{arctg} 0{,}6 = 31°$

$\widehat{C} = 180° - 90° - 31° = 59°$

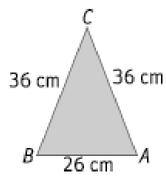
Se calculan los lados b y c:

$\cos 59° = \dfrac{3{,}6}{b} \Rightarrow b = \dfrac{3{,}6}{\cos 59°} = 6{,}99$

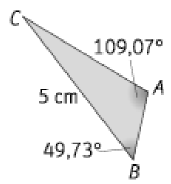
$c = \sqrt{13{,}6^2 - 6{,}99^2} = 11{,}67$ cm

37. Resuelve los siguientes triángulos.

a)



b)



a) Aplicando el teorema del coseno:

$26^2 = 36^2 + 36^2 - 2 \cdot 36 \cdot 36 \cdot \cos \widehat{C} \Rightarrow \cos \widehat{C} = 0{,}739 \Rightarrow \widehat{C} = \arccos 0{,}739 = 42°\ 21'\ 13''$

$36^2 = 26^2 + 36^2 - 2 \cdot 26 \cdot 36 \cdot \cos \widehat{B} \Rightarrow \cos \widehat{B} = 0{,}361 \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{A} = \arccos 0{,}361 = 68°\ 50'\ 18''$

b) $\widehat{C} = 180° - 109{,}7° - 49{,}73° = 20{,}57°$

$$\frac{5}{\operatorname{sen} 109{,}7°} = \frac{b}{\operatorname{sen} 49{,}73°} \Rightarrow b = \frac{5 \cdot \operatorname{sen} 49{,}73°}{\operatorname{sen} 109{,}7°} = 4{,}05 \text{ cm}$$

$$\frac{5}{\operatorname{sen} 109{,}7°} = \frac{c}{\operatorname{sen} 20{,}57°} \Rightarrow c = \frac{5 \cdot \operatorname{sen} 20{,}57°}{\operatorname{sen} 109{,}7°} = 1{,}87 \text{ cm}$$

39. **Resuelve estos triángulos y clasifícalos.**

a) $a = 5$ cm, $c = 12$ cm, $\widehat{C} = 120°$

b) $a = 20$ cm, $b = 12$ cm, $\widehat{C} = 100°$

c) $a = 20$ cm, $b = 40$ cm, $c = 25$

d) $\widehat{B} = 65°$, $a = 23$ cm, $c = 32$ cm

e) $\widehat{B} = 32°$, $\widehat{A} = 65°$, $b = 12$ cm

f) $\widehat{A} = 38°$, $b = 12$ cm, $a = 16$ cm

a) Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{12}{\text{sen}\,120°} = \frac{5}{\text{sen}\,\widehat{A}} \Rightarrow \text{sen}\,\widehat{A} = \frac{5 \cdot \text{sen}\,120°}{12} = 0,361 \Rightarrow \widehat{A} = \text{arcsen}\; 0,361 = 21°\; 9'\; 42''$$

$$\widehat{B} = 180° - 120° - 21°\; 9'\; 42'' = 38°\; 50'\; 18''$$

$$\frac{12}{\text{sen}\,120°} = \frac{b}{\text{sen}\,38°\,50'\,18''} \Rightarrow b = \frac{12 \cdot \text{sen}\,38°\,50'\,18''}{\text{sen}\,120°} = 8,69 \text{ cm}$$

b) Aplicando el teorema del coseno:

$$c^2 = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot \cos 100° = 627,35 \Rightarrow c = 25,05 \text{ cm}$$

$$20^2 = 25,05^2 + 12^2 - 2 \cdot 25,05 \cdot 12 \cdot \cos\,\widehat{A} \Rightarrow \cos\,\widehat{A} = 0,618 \Rightarrow \widehat{A} = \text{arcos}\; 0,618 = 51°\; 49'\; 47''$$

$$\widehat{B} = 180° - 100° - 51°\; 49'\; 47'' = 28°\; 10'\; 13''$$

c) Aplicando el teorema del coseno:

$$20^2 = 40^2 + 25^2 - 2 \cdot 40 \cdot 25 \cdot \cos\,\widehat{A} \Rightarrow \cos\,\widehat{A} = 0,9125 \Rightarrow \widehat{A} = \text{arcos}\; 0,9125 = 24°\; 8'\; 49''$$

$$40^2 = 20^2 + 25^2 - 2 \cdot 20 \cdot 25 \cdot \cos\,\widehat{B} \Rightarrow \cos\,\widehat{B} = -0,575 \Rightarrow \widehat{B} = \text{arcos}\; (-0,575) = 125°\; 5'\; 59''$$

$$\widehat{C} = 180° - 24°\; 8'\; 49'' - 125°\; 5'\; 59'' = 30°\; 45'\; 12''$$

d) Aplicando el teorema del coseno:

$$b^2 = 23^2 + 32^2 - 2 \cdot 23 \cdot 32 \cdot \cos 65° = 930,91 \Rightarrow b = 30,51 \text{ cm}$$

$$23^2 = 30,51^2 + 32^2 - 2 \cdot 30,51 \cdot 32 \cdot \cos\,\widehat{A} = 0,730 \Rightarrow \widehat{A} = 43°\; 6'\; 49''$$

$$\widehat{B} = 180° - 65° - 43°\; 6'\; 49'' = 71°\; 53'\; 11''$$

e) $\widehat{C} = 180° - 32° - 65° = 83°$ y aplicando el teorema del seno:

$$\frac{12}{\text{sen}\,32°} = \frac{a}{\text{sen}\,65°} \Rightarrow a = \frac{12 \cdot \text{sen}\,65°}{\text{sen}\,32°} = 20,52 \text{ cm} \qquad \frac{12}{\text{sen}\,32°} = \frac{c}{\text{sen}\,83°} \Rightarrow c = \frac{12 \cdot \text{sen}\,83°}{\text{sen}\,32°} = 22,48 \text{ cm}$$

f) Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{16}{\text{sen}\,38°} = \frac{12}{\text{sen}\,\widehat{B}} \Rightarrow \text{sen}\,\widehat{B} = \frac{12 \cdot \text{sen}\,38°}{16} = 0,462 \Rightarrow \widehat{B} = \text{arcsen}\; 0,462 = 27°\; 30'\; 58''$$

$$\widehat{C} = 180° - 38° - 27°\; 30'\; 58'' = 114°\; 29'\; 2''$$

$$\frac{16}{\text{sen}\,38°} = \frac{c}{\text{sen}\,114°\,29'\,2''} \Rightarrow c = \frac{16 \cdot \text{sen}\,114°\,29'\,2''}{\text{sen}\,38°} = 23,65 \text{ cm}$$

Todos los triángulos son escalenos. Además los triángulos *a*), *b*), *c*), *f*) son obtusángulos, y el resto, acutángulos.

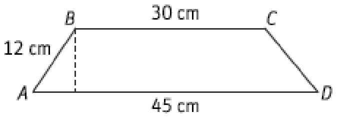
40. **La diagonal de un rectángulo mide 25 m y forma con la base un ángulo de 43° 40´. Halla su perímetro y su área.**

Llamamos b a la base del rectángulo y h a su altura.

$$\cos 43°\,40' = \frac{b}{25} \Rightarrow b = 25 \cdot \cos 43°\,40' = 18,08 \text{ m} \qquad \text{sen}\; 43°\,40' = \frac{h}{25} \Rightarrow h = 25 \cdot \text{sen}\; 43°\,40' = 17,26 \text{ m}$$

$$P = 2 \cdot 18,08 + 2 \cdot 17,26 = 70,68 \text{ m} \qquad A = 18,08 \cdot 17,26 = 312,0608 \text{ m}^2$$

41. **Un trapecio isósceles tiene por bases 30 y 45 cm. Los lados iguales miden 12 cm cada uno. Calcula los ángulos del trapecio.**



$$\text{sen}\;\widehat{A} = \frac{\frac{45-30}{2}}{12} = 0,625 \Rightarrow \widehat{A} = \text{arcsen}\; 0,625 = 38°\; 40'\; 56''$$

$$\widehat{A} = \widehat{D} = 38°\; 40'\; 56'' \qquad \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{360° - 2 \cdot 38°\,40'\,56''}{2} = 141°\; 19'\; 4''$$

42. **El radio de un octógono regular mide 45 cm. Calcula la medida del lado y de la apotema y el área del octógono.**

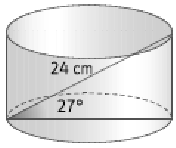
Llamamos l y a a la medida del lado y de la apotema, respectivamente.

$$45 = \frac{l}{2\,\text{sen}\left(\frac{180°}{8}\right)} \Rightarrow l = 45 \cdot 2\,\text{sen}\left(\frac{180°}{8}\right) = 34,44 \text{ cm} \quad a = \frac{34,44}{2\,\text{tg}\left(\frac{180°}{8}\right)} = 41,57 \text{ cm}$$

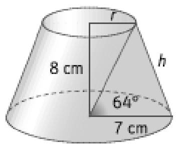
El área del octógono es $A = \dfrac{8 \cdot 34,44 \cdot 41,57}{2} = 5726,68 \text{ cm}^2$.

43. Calcula el área total y el volumen de los cuerpos.

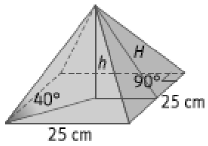
a)



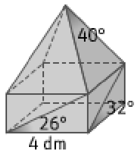
c)



b)



d)



a) Llamamos h a la altura del cilindro y r al radio de la base.

$\text{sen } 27^\circ = \dfrac{h}{24} \Rightarrow h = 24 \cdot \text{sen } 27^\circ = 10{,}9 \text{ cm}$ $\quad \cos 27^\circ = \dfrac{2r}{24} \Rightarrow r = \dfrac{24 \cdot \cos 27^\circ}{2} = 10{,}69 \text{ cm}$

$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base} = 2 \cdot \pi \cdot 10{,}69 \cdot 10{,}9 + 2 \cdot \pi \cdot 10{,}69^2 = 732{,}12 + 718{,}02 = 1450{,}14 \text{ cm}^2$

$V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot 10{,}69^2 \cdot 10{,}9 = 3913{,}2 \text{ cm}^3$

b) Llamamos d a la diagonal de la base: $d = \sqrt{25^2 + 25^2} = 35{,}36 \text{ cm}$

$\text{tg } 40^\circ = \dfrac{h}{\frac{35{,}36}{2}} \Rightarrow h = \text{tg } 40^\circ \cdot \dfrac{35{,}36}{2} = 14{,}84 \text{ cm}$ $\quad H = \sqrt{12{,}5^2 + 14{,}84^2} = 19{,}40 \text{ cm}$

$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 4 \cdot \dfrac{25 \cdot 19{,}4}{2} + 25^2 = 970 + 625 = 1595 \text{ cm}^2$ $\quad V = \dfrac{A_{base} \cdot h}{3} = \dfrac{625 \cdot 14{,}84}{3} = 3091{,}67 \text{ cm}^3$

c) Llamamos x a la altura del cono deficiente.

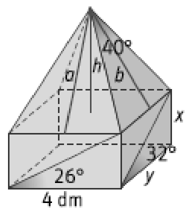
$\text{tg } 64^\circ = \dfrac{8}{r} \Rightarrow r = \dfrac{8}{\text{tg} 64^\circ} = 3{,}9 \text{ cm}$ $\quad h = \sqrt{8^2 + (7 - 3{,}9)^2} = 8{,}58 \text{ cm}$

$\dfrac{7}{x+8} = \dfrac{3{,}9}{x} \Rightarrow 7x = 3{,}9x + 31{,}2 \Rightarrow 7x - 3{,}9x = 31{,}2 \Rightarrow 3{,}1x = 31{,}2 \Rightarrow x = \dfrac{31{,}2}{3{,}1} = 10{,}06 \text{ cm}$

$A_{total} = A_{lateral} + A_{base\ inferior} + A_{base\ superior} = \pi \cdot (3{,}9 + 7) \cdot 8{,}58 + \pi \cdot 7^2 + \pi \cdot 3{,}9^2 = 495{,}23 \text{ cm}^2$

$V = V_{cono\ grande} - V_{cono\ deficiente} = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot (8 + 10{,}06)}{3} - \dfrac{\pi \cdot 3{,}9^2 \cdot 10{,}06}{3} = 926{,}71 - 160{,}23 = 766{,}48 \text{ cm}^3$

d) Llamamos x a la altura del ortoedro de la base, y, al largo, a, a la apotema de la pirámide de las caras cuya base mide 4 cm, b, a la apotema de la pirámide de las caras cuya base es y, y h, a la altura de la pirámide.



$\text{tg } 26^\circ = \dfrac{x}{4} \Rightarrow x = 4 \cdot \text{tg } 26^\circ = 1{,}95 \text{ cm}$ $\quad \text{tg } 32^\circ = \dfrac{x}{y} = \dfrac{1{,}95}{y} \Rightarrow y = \dfrac{1{,}95}{\text{tg} 32^\circ} = 3{,}12 \text{ cm}$

$\text{tg } 20^\circ = \dfrac{\frac{3{,}12}{2}}{b} = \dfrac{1{,}56}{b} \Rightarrow b = \dfrac{1{,}56}{\text{tg} 20^\circ} = 4{,}29 \text{ cm}$ $\quad h = \sqrt{4{,}29^2 - 2^2} = 3{,}8 \text{ cm}$

$a = \sqrt{1{,}56^2 + 3{,}8^2} = 4{,}1 \text{ cm}$

$A_t = A_{l\ ortoedro} + A_{base} + A_{l\ pirámide} = (2 \cdot 4 \cdot 1{,}95 + 2 \cdot 3{,}12 \cdot 1{,}95) + 4 \cdot 3{,}12 + 2 \cdot \dfrac{4 \cdot 4{,}1}{2} + 2 \cdot \dfrac{3{,}12 \cdot 4{,}29}{2} = 70{,}03 \text{ cm}^2$

$V = V_{ortoedro} + V_{pirámide} = 4 \cdot 1{,}95 \cdot 3{,}12 + \dfrac{4 \cdot 3{,}12 \cdot 3{,}8}{3} = 40{,}14 \text{ cm}^3$

---

44. La generatriz de un cono mide 10 dm y el ángulo que forma esta con la altura del cono es de 36º. Calcula:

a) **El área total.**

b) **El volumen del cono.**

Llamamos r al radio del cono y h a su altura.

a) $\text{sen } 36^\circ = \dfrac{r}{10} \Rightarrow r = 10 \cdot \text{sen } 36^\circ = 5{,}88 \text{ dm}$

$A_{total} = \pi \cdot 5{,}88^2 + \pi \cdot 5{,}88 \cdot 10 = 293{,}34 \text{ dm}^2$

b) $\cos 36^\circ = \dfrac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \cdot \cos 36^\circ = 8{,}09 \text{ dm}$

$V = \dfrac{\pi \cdot 5{,}88^2 \cdot 8{,}09}{3} = 292{,}91 \text{ cm}^3$